# 10 класс

## I вариант

## (для учащихся, фамилии которых начинаются с букв А; Б; В;...;М)

**Задача 1 (1 балл).** На последний школьный бал пришли 48 выпускников (юношей и девушек вместе). После бала все девушки обменивались впечатлениями и по очереди вспоминали, с кем они танцевали. Оказалось, что 1-я девушка танцевала с семью юношами, 2-я девушка – с восемью юношами, 3-я девушка с девятью и т.д., а последняя девушка танцевала со всеми юношами, пришедшими на бал. Сколько девушек и сколько юношей было на балу?

**Задача 2 (2 балла).** В четырехугольнике $ABCD$ $AC = 4$, $BD = 5$. Найдите его площадь, если известно, что существуют две окружности, одна из которых касается всех сторон четырехугольника, а другая касается продолжений всех его сторон.

**Задача 3 (2 балла).** Найдите число корней уравнения $a = \dfrac{(x^2 - x - 6)(x - 4)}{|x - 3|}$ в зависимости от значений параметра $a$.

**Задача 4 (2 балла).** Любые две из трех заданных прямых $a$, $b$, $c$ – скрещивающиеся. Можно ли построить такой параллелепипед, чтобы три его ребра лежали на прямых $a$, $b$, $c$?

**Задача 5 (3 балла).** Докажите, что корнями уравнения $x^3 - 33x^2 + 27x - 3 = 0$ являются числа $\mathrm{tg}^2 20°$, $\mathrm{tg}^2 40°$ и $\mathrm{tg}^2 80°$.

## II вариант

## (для учащихся, фамилии которых начинаются с букв Н; О; П;...;Я)

**Задача 1 (1 балл).** По окончании конкурса бальных танцев, в котором участвовали 7 мальчиков и 8 девочек, каждый из мальчиков назвал число своих партнерш, а каждая из девочек назвала число своих партнеров. Были даны следующие ответы: 3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6. Не ошибся ли кто-нибудь из них?

**Задача 2 (2 балла).** Даны два смежных прямых угла с вершиной в точке $O$. В один из них вписана окружность радиуса $r$, а в другой – окружность радиуса $R$ ($R > r$). Общая внешняя касательная к этим окружностям пересекает стороны углов в точках $A$ и $B$. Найдите площадь треугольника $AOB$.

**Задача 3 (2 балла).** Найдите число корней уравнения $a = \frac{1}{4}\left|\frac{x-3}{x+2}\right|(x^2-4)$ в зависимости от значений параметра $a$.

**Задача 4 (2 балла).** Даны 6 прямых в пространстве, из которых никакие 3 не параллельны, никакие 3 не проходят через одну и ту же точку и никакие 3 не лежат в одной плоскости. Докажите, что из этих 6 прямых всегда можно выбрать 3 прямые, из которых любые 2 – скрещивающиеся.

**Задача 5 (3 балла).** Докажите, что кривая $x^4 + 2011x^3y - 6x^2y^2 - 2011xy^3 + y^4 = 0$ делит единичную окружность на 8 равных дуг.